



НАЦИОНАЛНА ПРИРОДО-МАТЕМАТИЧЕСКА ГИМНАЗИЯ

„Акад. Любомир Чакалов”

София, район Лозенец, ул. “Бигла” № 52, тел. 02/862 29 66

e-mail: npmg@npmg.org; npmg_sofia@abv.bg

<http://www.npmg.org>

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА

ОБЩНСКИ КРЪГ – 10.12.2022 г.

VI КЛАС

Задача 1. Ако

$$a = 2 \cdot \left(-\frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5} - \frac{1}{5.7} - \dots - \frac{1}{17.19} - \frac{1}{19.21} \right) + \left(\frac{41}{21} - \left(1.25 - \left(2\frac{3}{7} - \frac{3}{4} \right) - \frac{5}{7} + \left(3 + \frac{2}{14} \right) \right) \right);$$

$$b = \frac{9^5 \cdot (-16)^3 \cdot (-3)^4 \cdot 3}{(-2)^9 \cdot (-81)^4} : \frac{100 \cdot 5^{n-2}}{-5^n + 3 \cdot 5^n - 4 \cdot 5^n};$$

$$c : \left((3,2 - (-0,8)) \cdot 20,25 \right) = \left(\left(-\left(-5\frac{7}{18} + 4\frac{23}{30} \right) \right) : (-11,34) \right) : \left(-1\frac{1}{9} \right)$$

а) Намерете числените стойности на **a**, **b** и **c**;

б) Намерете най-голямата стойност на израза $N = \frac{|2x+a|+c}{\left(2+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}\right):b}$ и определете за коя стойност на **x** се

достига тя. Обосновете отговора си.

(7 точки)

Задача 2. а) Даден е изразът $y = \frac{20}{4+3 \cdot |x|}$. Намерете всички рационални числа **x**, за които $4+3 \cdot |x|$ и **y** са цели числа. За всяко от намерените **x** определете съответната стойност на **y** и образувайте съответните двойки числа (**x** ; **y**).

б) В правоъгълна координатна система **Oxy** с единична отсечка 3 cm са дадени точките $A(0; 5)$, $B\left(\frac{1}{3}; 4\right)$, $D(2; 2)$, $F\left(5\frac{1}{3}; 1\right)$ и точките **C**, **E** и **G** – съответно симетрични на **B**, **D** и **F** относно ординатната ос. Постройте многоъгълника **OFDBACEG** и намерете колко квадратни сантиметра е лицето му.

(7 точки)

Задача 3. Даден е изпъкнал четириъгълник **ABCD**, в който точките **M** и **N** са съответно среди на срещуположните страни **AB** и **CD**. Диагоналът **AC** пресича отсечката **MN** в точка **P** така, че **PM=PN**.

а) Докажете, че лицата на триъгълниците **ABC** и **ADC** са равни;

б) Вярно ли е, че $S_{DCM} + S_{ABN} = S_{ABCD}$? Обосновете отговора си.

в) Върху правата **MN** са построени точките **K** и **L**, такива, че точката **M** е среда на отсечката **PK**, а точката **N** е среда на отсечката **PL**. Намерете каква част от лицето на многоъгълника **AKBCLD** е лицето на дадения четириъгълник **ABCD**.

г) При условията от в), вярно ли е, че $S_{DPCL} + S_{AKBP} = S_{ABCD}$? Обосновете отговора си.

(7 точки)